四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊卷三 四

詳校官欽天監靈臺郎臣司廷幹

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄錄監生臣鄧寅

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷三

線部一

正比例

轉比例

合率比例

正比例帶分

轉比例帶分

比例

凡物彼此相形並之而用加較之而用減聚之而用乘散之而用除觀之不過兩率然乘除之間四率之理已默寓其中如因乘命法曰人幾何每人得物幾何求總物幾何則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率乃自小而得大者也如歸除命法曰有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何與每一人得物幾何相比而成四率乃自大

而得小者也葢因命數以一人為法故乘與除各省其率耳是雖名為乘除而實為相比之四率也至於比例正法則所該甚廣大而推步七政天行測量高深廣遠小而量功命事度大移小無一非由比例而得葢以兩數為比例用今有之數即可以得未有之數也比例之理雖分相連相當二種而相當比例之中實又兼相連比例相當比例一率比二率如三率比四率而相連比例首率比中率若中率比末率者即是中率為二率而

又為三率也盡人皆知線有線之比例面有面之比例體有體之比例殊不知差分盈朒方程借衰疊借之類正皆比例之屬也然此類中有合數之比例分數之比例均數之比例借數之比例非條分縷析各項專論則不備故仍舊各自為類而獨於比例中最切者詳明其理以列法焉其法一名異乘同除或名為準測或名為順單以原有之兩件相除故為同除以今有之一件乘之故為異乘如先乘而後除亦同而今則質言之曰正比例蓋以原有之兩件

為一率二率以今有之一件為三率而所求之一件則為四率也一名為同乘異除或名為變測或名為互視或名為逆翼以原有之兩件相乘故為同乘以今有之一件除之故為異除而今則質言之曰轉比例葢以原有之兩件為二率三率以今有之一件為一率而所求之一件則為四率也然論其乘除之名雖異究其比例之理則一而已今以數明之如原有之兩數為二與四今有之一數為八以原有之二作一率原有之四作二率今有之八作三

率即得今所求之四率為十六而一率二與二率四之比即三率八與四率十六之比為相當之比例也如原有之兩數為八與四今有之一數為十六以原有之八作二率原有之四作三率今有之十六作一率即得今所求之四率為二而一率十六與二率八之比即三率四與四率二之比或以一率十六與三率四之比即同於二率八與四率二之比皆為相當之比例也總之乘除之名有異同四率之列有更換而既成比例之後其

理無不歸於大同由此引伸觸類推而廣之有合幾四率而為一四率者則名為同乘同除或名為重測或名為順較逆較而今則質言之曰合率比例蓋其理亦不過合幾乘而為一乘合幾除而為一除各按四率參互錯綜豈能出於比例之外哉凡此各種比例俱設數例於後以明立法之根加之解說以廣用法之意

正比例

設如有銀買米每米一石銀八錢今買米二百四十石問共該銀若干

法以米一石為一率銀八錢為二率今買米二百四十石為三率二三率相乘一率除之得四率一百九十二兩即共銀數也葢一石與二百四十石為加二百四十倍兩八錢與一百九十二兩亦為加二百四十倍見幾何原本六卷第十五節故一

一率　一石
二率　八錢
三率　二百四十石
四率　一百九十二兩

石與八錢之比即同於二百四十石與一百九十二兩之比也（此法一率是一止用八錢乘二百四十石亦得但為明正比例之理故首設一二易法使人好推尋也）

一率　一石
二率　八錢
三率　二百四十石
四率　一百九十二兩

設如有銀買米每銀一兩買米一石三斗今有銀三百二十兩問共買米若干

一率　一兩
二率　一石三斗
三率　三百二十兩
四率　四百一十六石

法以銀一兩為一率米一石三斗為二率今銀三百二十兩為三率二三率相乘一率除之得四率四百一十六石即共米數也蓋一兩與一石三斗之比即

同於三百二十兩與四百一十六石之比也

設如有銀賞人每三人賞銀一兩八錢今有二百四十人問共該銀若干

一率	三人
二率	一兩八錢
三率	二百四十人
四率	一百四十四兩

法以三人為一率一兩八錢為二率今有二百四十人為三率二三率相乘一率除之得四率一百四十四兩即共銀數也蓋三人與一兩八錢之比即同於二百四十人與一百四十四兩之比也

設如有穀換米每穀一石四斗換米八斗四升今有穀三十二石六斗八升問換米若干

法以穀一石四斗為一率米八斗四升為二率今有穀三十二石六斗八升為三率二三率相乘一率除之得四率一十九石六斗零八合即所換共米數也葢穀一石四斗與米八斗四升之比即同於穀三十二石六斗八升與米一十九石六斗零八合之比也

一率　穀一石四斗
二率　米八斗四升
三率　穀三十二石六斗八升
四率　米一十九石六斗零八合

設如天上二度當地面四百里今七度該里數若干

一率　二度
二率　四百里
三率　七度
四率　一千四百里

法以原有之二度為一率四百里為二率今有之七度為三率二三率相乘一率除之得四率一千四百里即七度之里數也盖一率二與二率四之比為加一倍而三率七與四率十四之比亦為加一倍故二率得一率中之幾分之幾則四率亦得三率中之幾分之幾而為相當比例四率也

設如一星一日内行一度三十分今問八刻内應行若干

一率　九十六刻
二率　九十分
三率　八刻
四率　七分半

法以原數一日變作九十六刻為一率一度三十分變作九十分一度作六十分加入三十分共九十分為二率今星行八刻為三率二率三率相乘一率除之得四率七分半即八刻内所行之數葢九十六刻與九十分之比即同於八刻與七分半之比也然将日變為刻者因每日九十六刻不

以十進位又今所有者為八刻故以刻數與刻數相比也度變為分者因每度六十分亦不以十進位而今八刻內所行者必為分故以分數與分數相比也

設如驗時儀算砲聲自烟起至聞聲計七秒得五里今得十四秒問里數若干

一率	七秒
二率	五里
三率	十四秒
四率	十里

法以七秒為一率五里為二率今得十四秒為三率二三率相乘一率除之得四率十里即十四秒之里數也蓋七秒

與五里之比即同於十四秒與十里之比也

設如有羊四百六十隻共賣銀八十二兩八錢問每羊一隻價銀幾何

一率　四百六十隻
二率　八十二兩八錢
三率　一隻
四率　一錢八分

法以羊四百六十隻為一率銀八十二兩八錢為二率羊一隻為三率推得四率一錢八分即每羊一隻之價也此法三率是一止用羊四百六十隻歸除八十二兩八錢亦得但列四率法中不得不備其一體也

設如有羊一羣共二百四十隻又生羔七十二隻問加羊羣内十分之幾

一率　二百四十隻
二率　十分
三率　七十二隻
四率　三分

法以羊二百四十隻為一率十分為二率今生羔七十二隻為三率推得四率三分即為加羊羣内十分之三也葢二百四十與十分之比即同於七十二與三分之比若將二百四十作十分每分得二十四將羊羔七十二作三分每分亦得二十四總而約之故為十分之三

也

設如有田科糧每三畝科糧八斗四升今有四千六百三十五畝問得糧若干

法以三畝為一率八斗四升為二率今有四千六百三十五畝為三率推得四率一千二百九十七石八斗即所得共糧數也蓋三畝與八斗四升之比即同於四千六百三十五畝與一千二百九十七石八斗之比也

一率　三畝

二率　八斗四升

三率　四千六百三十五畝

四率　一千二百九十七石八斗

設如用古量法豆區釜皆以四進有八十豆當二十區有二十區當釜若干

一率　八十豆
二率　二十區
三率　二十區
四率　五釜

法以八十豆為一率二十區為二率又為三率推得四率五釜即二十區所當釜數也此正比例中相連比例法也葢因二十區與二十區相乘得四百區而八十豆與五釜相乘亦得四百區二十區既為二率又為三率故謂相連比例是以八十豆與二十區之比即同於二

十區與五釜之比也

設如一商原有本銀三千兩一年得利銀九百兩今復將九百兩為本問一年得利若干

一率	三千兩
二率	九百兩
三率	九百兩
四率	二百七十兩

法以三千兩為一率九百兩為二率又為三率推得四率二百七十兩即九百兩所得之利也此法以九百兩為二率又為三率蓋三千兩與九百兩之比為三與九之比例而九百兩與二百七十兩之比亦為三與九之比例也

轉比例

設如有田一畝原闊八步長三十步今闊要十二步問長得幾何

一率　今闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　今長二十步

法以今闊十二步為一率原長三十步為二率原闊八步為三率二三率相乘一率除之得四率二十步即今闊十二步之長也此法以原有之兩數相乘以今有之一數除之而得今所求之數者因乘出兩數相同故也在正比例原有

一率　今闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　今長二十步

之兩件為一率二率今有之一件為三率而今所求之一件為四率俱以原有之一件與今有之一件相乘其積相同在轉比例則原有之兩件為二率三率今有之一件為一率而今所求之一件為四率是原有之兩件相乘今有之兩件相乘其積相同此兩法異同之故也雖今闊比原闊多而今長却比原長少故原有之闊八步與長三十步相乘得二百

一率　今闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　今長二十步

四十步而今有之闊十二步與長二十步相乘亦得二百四十步其積既同是以轉而比之自成比例葢今闊比原闊多三分之一今長比原長少三分之一其比例相同見幾何原本七卷第三節故今闊十二步與原闊八步之比即同於原長三十步與今長二十步之比也若借正比例論之以原闊八步為一率原長三十步為二率今闊十二步為三率二三率相乘一

率除之得四率四十五步則是今闊比原闊多今長亦比原長多所容積數亦多而與一畝之數不合矣故轉以今闊十二步為一率原長三十步為二率原闊八步為三率而得四率二十步是為一率與三率之比同於二率與四率之比也

一率　今闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　今長二十步

設如有地寬二十丈長一百二十丈今換地寬三十丈問長得幾何

一率　今寬三十丈
二率　原長一百二十丈
三率　原寬二十丈
四率　今長八十丈

法以今寬三十丈為一率原長一百二十丈為二率原寬二十丈為三率二三率相乘一率除之得八十丈即今寬三十丈之長也此法原有之寬與長相乘得二千四百丈今有之寬與長相乘亦得二千四百丈其積既同故轉而比之自成比例以今寬比原寬以原長比今長俱三與二之比例是以今寬三十丈與原寬二十丈之比即同於原長一百

二十丈與今長八十丈之比也

設如傭工開渠八人開之二十日完今加倍用十六人開之問得幾日完

一率　今十六人
二率　原二十日
三率　原八人
四率　今十日

法以今十六人為一率原二十日為二率原八人為三率二三率相乘一率除之得四率十日即十六人完工之日也此法因工少而用日多故加人使工多而用日少蓋今十六人與原八人之比即今之工加一倍而原二十日與今十

日之比則今所得之日亦必減一倍故一率十六人與三率八人之比即同於二率二十日與四率十日之比也

設如有地四百八十畝八人耕之十二日完今用六人耕之問得幾日完

一率 今六人
二率 原十二日
三率 原八人
四率 今十六日

法以今六人為一率原十二日為二率原八人為三率二三率相乘一率除之得四率十六日即六人耕完之日也此法人數日數不同而所耕之田則同為

四百八十畝而所用之工又同為九十六故以八人論一日八工十二日則用九十六工以六人論一日六工十六日亦用九十六工也故轉用四率自成比例以一率六人與三率八人之比即同於二率十二日與四率十六日之比也

一率　今六人
二率　原十二日
三率　原八人
四率　今十六日

設如衆軍支米足用四年則每人每月支米三斗今欲將四年之米足用十二年問每人每月應支幾何

一率	今十二年
二率	原三斗
三率	原四年
四率	今一斗

法以今欲用十二年為一率原支米三斗為二率足用四年為三率二三率相乘一率除之得四率一斗即足用十二年每人每月應支之數也此法支米多則足用年數少今支米少則足用年數多益四年與十二年之比在年為加三分之二而三斗與一斗之比在米又為減三分之二其比例固同也

設如木星十二年一周天每年行三十度土星則二

十八年一周天問每年行幾度

一率　土一周二十八年
二率　木每年行三十度
三率　木一周十二年
四率　土每年行十二度餘

法以土星所行一周二十八年為一率木星每年所行三十度為二率木星所行一周十二年為三率二三率相乘一率除之得四率十二度五十一分二十五秒有餘即土星每年所行之度數也蓋木星周天比土星年數少而行度却多土星周天比木星年數多而行度却少多得少而少反得多故轉而比之以

二十八年與十二年之比即同於三十度與十二度有餘之比也

設如一人借人之絹寬三尺長二十四丈今還絹寬四尺問長該若干

一率　今寬四尺
二率　原長二十四丈
三率　原寬三尺
四率　今長一十八丈

法以今絹寬四尺為一率原絹長二十四丈為二率原絹寬三尺為三率二三率相乘一率除之得四率十八丈即為今所還寬四尺絹之長也蓋原絹寬三尺長二十四丈相乘得七百二十尺今

一率　今寬四尺
二率　原長二十四丈
三率　原寬三尺
四率　今長一十八丈

絹寬四尺長十八丈相乘亦得七百二十尺因其積數相同故今絹寬四尺與原絹寬三尺之比即同於原絹長二十四丈與今絹長十八丈之比也

設如驗時儀墜子其繩長四尺四寸八分一釐二豪八絲四刻內來往共三千次今造一墜欲使來一秒往一秒問繩長若干

法以四刻化三千六百秒為今墜子往來次數自乘得一千二百九十六萬次

一率 今一千二百九十六萬次
二率 原四尺四寸八分一釐二毫八絲
三率 原九百萬次
四率 今三尺一寸一分二釐

為一率原墜繩長四尺四寸八分一釐二豪八絲為二率以原墜往來三千次自乘得九百萬次為三率二三率相乘一率除之得四率三尺一寸一分二釐即今所求墜繩之長也夫以四刻化秒者葢以所求之墜子欲其來一秒往一秒也故秒數即次數四刻所化之秒即今墜子在四刻內往來之次數也其比例以次數自乘者因墜子往來之際已

一率 今一千二百九十六萬次
二率 原四尺四寸八分二釐三毫八絲
三率 原九百萬次
四率 今三尺一寸一分二釐

成平面形故以往來之方數相比為面比面而原墜與今墜之長數相比為線比線務使其類相當而後可以相比也是以今墜往來次數自乘與原墜往來次數自乘之比即同於原墜長數與今墜長數之比也然原墜於四刻內往來之次數少而墜却長今墜於四刻內往來之次數多而墜却短故以今墜之往來次數與原墜之往來次數為比即同

於原墜之長與今墜之長為比所以為轉比例也

設如有正方池一面每邊十二丈今欲作寬八丈之池使其池面積數與方池等問長得幾何

一率　今寬八丈
二率　原長十二丈
三率　原寬十二丈
四率　今長十八丈

法以今池寬八丈為一率原池長十二丈為二率原池寬十二丈為三率推得四率十八丈即今欲作池之長也此轉比例中相連比例法也葢原池方面每邊十二丈其積一百四十四丈即二率

三率相乘之數今所得四率長十八丈與一率寛八丈相乘亦得一百四十四丈兩數相等故以一率今池寛八丈與三率原池寛十二丈之比即同於二率原池長十二丈與四率今池長十八丈之比也

一率 今寛八丈
二率 原長十二丈
三率 原寛十二丈
四率 今長十八丈

設如原用金九兩係九成今用八成金折還當加幾兩

法以今金八成為一率原金九兩為二

一率 今八成

二率 原九兩

三率 原九成

四率 今十兩零一錢二分五釐

率原金九成為三率推得四率十兩零一錢二分五釐內減九兩餘一兩一錢二分五釐即八成金當加之數也此法二率三率為體雖不同而數則一故亦為相連比例葢以原金九兩又係九成相乘得十成金八兩一錢以今之八成與所得十兩零一錢二分五釐相乘亦得十成金八兩一錢是八成與九成之比即同於九兩與十兩零一錢二分五

螿之比也

合率比例

設如以夏布換棉布但知每夏布三丈價銀二錢每棉布七丈價銀七錢五分今有夏布四十五丈問換棉布若干

法以夏布三丈與棉布價銀七錢五分相乘得二兩二錢五分為一率夏布價銀二錢與棉布七丈相乘得一兩四錢為二率夏布四十五丈為三率推得四率二十八丈即夏布四十五丈所換之

一率　二兩二錢五分
二率　一兩四錢
三率　夏布四十五丈
四率　棉布二十八丈
總

一
一率　夏布三丈
二率　銀二錢
三率　夏布四十五丈
四率　銀三兩

二
一率　銀七錢五分
二率　棉布七丈
三率　銀三兩
四率　棉布二十八丈

棉布數也此法乃兩比例合為一比例也如分作兩比例明之每夏布三丈價銀二錢今夏布四十五丈則價銀應得三兩此一比例也棉布價銀七錢五分得棉布七丈今夏布四十五丈之價三兩則應得棉布二十八丈此又一比例也夫銀三兩原為夏布四十五丈之價則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈價銀亦應三兩可知矣蓋兩比例中

一率　二兩二錢五分
二率　一兩四錢
三率　夏布四十五丈
四率　棉布二十八丈
總

一以三丈作一率一以七錢五分作一率故三丈與七錢五分相乘得二兩二錢五分而為一率是合兩一率而為一率也一以二錢作二率一以七丈作二率故二錢與七丈相乘得一兩四錢而為二率是合兩二率而為一二率也而後比例之三率即前比例之四率如以兩三率相乘為三率則所得四率亦為兩四率相乘之數必須以前比例之

四率除之方得後比例之四率故即以夏布之四十五丈為三率而得棉布之二十八丈為四率也

設如以芝麻換黃米但知每芝麻三石換菉豆五石每菉豆四石換黃米三石今有芝麻五十四石問換黃米若干

法以芝麻三石與菉豆四石相乘得十二石為一率又以菉豆五石與黃米三石相乘得十五石為二率芝麻五十四

一率　十二石
二率　十五石
總
三率　芝麻五十四石
四率　黃米六十七石五斗

一

一率　芝麻三石
二率　菉豆五石
三率　芝麻五十四石
四率　菉豆九十石

二

一率　菉豆四石
二率　黃米三石
三率　菉豆九十石
四率　黃米六十七石五斗

石為三率推得四率六十七石五斗即芝麻五十四石所換之黃米數也此法亦兩比例合為一比例也如分作兩比例明之每芝麻三石換菉豆五石則芝麻五十四石必換菉豆九十石此一比例也菉豆四石換黃米三石則菉豆九十石必換黃米六十七石五斗此又一比例也夫菉豆九十石原為芝麻五十四石所換則菉豆九十石所換之黃米

即芝麻五十四石所換之黃米可知矣葢以兩比例之各一率相乘為一率兩比例之各二率相乘為二率者即合兩次乘除為一次乘除也

設如養兵七百名每年額餉一萬二千六百兩內有新著伍兵三百名已應役七個月問該餉銀若干

一率　八千四百
二率　一萬二千六百兩
總
三率　二千一百
四率　三千一百五十兩

法以原養兵七百名與十二個月相乘得八千四百為一率額餉一萬二千六百兩為二率新兵三百名與七個月相

一率　七百兵
二率　一萬二千六百兩
三率　三百兵
四率　五千四百兩

一率　十二個月
二率　五千四百兩
三率　七個月
四率　三千一百五十兩

乘得二千一百為三率推得四率三千一百五十兩即兵三百名七個月應得之餉銀數也此法亦兩比例合為一比例也如分作兩比例明之兵七百名得一萬二千六百兩則兵三百名應得五千四百兩乃兵三百名十二個月應得之數此一比例也兵三百名十二個月應得五千四百兩則七個月應得三千一百五十兩此又一比例也今以兩比例之各一率相

乘為一率兩比例之各三率相乘為三率者亦如兩比例之各一率二率相乘合為一一率二率也

設如原有鵝八隻換雞二十隻又雞三十隻換鴨九十隻又鴨六十隻換羊二隻今有羊五隻問換鵝幾何

一率　三千六百隻
二率　一萬四千四百隻
總
三率　羊五隻
四率　鵝二十隻

法以所換羊二隻與所換鴨九十隻相乘得一百八十隻再以所換雞二十隻乘之得三千六百隻為一率又以原鴨

一率　羊二隻
二率　鴨六十隻
三率　羊五隻
四率　鴨一百五十隻

一率　鴨九十隻
二率　雞三十隻
三率　鴨一百五十隻
四率　雞五十隻

六十隻與原雞三十隻相乘得一千八百隻又以原鵝八隻乘之得一萬四千四百隻為二率今羊五隻為三率推得四率二十隻即羊五隻所換之鵝數也此法乃三比例合為一比例也如分作三比例明之羊二隻換鴨六十隻則羊五隻必換鴨一百五十隻此一比例也鴨九十隻換雞三十隻則鴨一百五十隻必換雞五十隻此二比例也雞二十

隻換鵝八隻則雞五十隻必換鵝二十隻此三比例也夫雞五十隻原為鴨一百五十隻之所換而鴨一百五十隻又原為羊五隻之所換則雞五十隻所換之鵝二十隻即為羊五隻之所換可知矣今以三比例之各一率連乘之為一率又以三比例之各二率連乘之為二率者正合三比例為一比例也

三

一率　雞二十隻
二率　鵝八隻
三率　雞五十隻
四率　鵝二十隻

設如原有菽三斗換黍二斗又黍四斗換稷三斗又

稷五斗換稻四斗又稻六斗換麥五斗今有麥七斗問換菽幾何

總

一率　一十二石

二率　三十六石

三率　麥七斗

四率　菽二石一斗

法以所換麥五斗與所換稻四斗相乘得二石復以所換稷三斗乘之得六石再以所換黍二斗乘之得一十二石為一率又以原有稻六斗與原有稷五斗相乘得三石復以原有黍四斗乘之得一十二石再以原有菽三斗乘之得三十六石為二率今有麥七斗為三率推

一

一率　麥五斗
二率　稻六斗
三率　麥七斗
四率　稻八斗四升

二

一率　稻四斗
二率　稷五斗
三率　稻八斗四升
四率　稷一石零五升

得四率二石一斗即麥七斗所換之菽數也此合四比例為一比例也如分作四比例明之麥五斗換稻六斗則麥七斗必換稻八斗四升此一比例也稻四斗換稷五斗則稻八斗四升必換稷一石零五升此二比例也稷三斗換黍四斗則稷一石零五升必換黍一石四斗此三比例也黍二斗換菽三斗則黍一石四斗必換菽二石一斗此四比例也

一率　稷三斗
二率　黍四斗
三
三率　稷一石零五升
四率　黍一石四斗

四
一率　黍二斗
二率　菽三斗
三率　黍一石四斗
四率　菽二石一斗

夫黍一石四斗原為稷一石零五升之所換而稷一石零五升又為稻八斗四升之所換而稻八斗四升又為麥七斗之所換則黍一石四斗所換之菽二石一斗即為麥七斗之所換可知矣今以四比例之各一率連乘之為一率又以四比例之各二率連乘之為二率者正合四比例為一比例也

設如原有工人一百開河四十丈二十日工完今有

原 一〇〇
四〇
今 一〇〇〇
八〇
四〇〇〇〇
八〇〇〇

工人一千開河八十丈問得日數幾何

法以今有工人一千與原開河四十丈相乘得四萬丈為一率二十日為二率以原有工人一百與今開河八十丈相乘得八千丈為三率推得四率四日即一千人開河八十丈之日數也此法以原有今有兩數互乘以比例者所以齊其分也試將兩首位一千工與一百工互乘得十萬工然後互乘丈數原有一

總

一率	四萬丈
二率	二十日
三率	八千丈
四率	四日

邊得四萬丈今有一邊得八千丈是原一百工開四十丈則十萬工開四萬丈其比例相同今一千工開八十丈則十萬工開八千丈其比例亦同也因兩工數相同故以四萬丈與二十日之比即同於八千丈與四日之比葢原有十萬工開河四萬丈二十日可完今亦有十萬工開河八千丈則四日可完為比例四率也然此法實係兩比例合為一比

一

一率	今一千工
二率	原二十日
三率	原一百工
四率	今二日

二

一率	原四十丈
二率	原二日
三率	今八十丈
四率	今四日

例也如分作兩比例明之則先以人工為比例原一百工開二十日今一千工即應開二日為今一千工開河四十丈之日數此一轉比例也次用丈數為比例原四十丈應開二日今八十丈則應開四日為今一千工開河八十丈之日數此一正比例也法以兩比例之一率相乘為一率兩比例之三率相乘為三率者正合兩比例為一比例也

設如原有書一百篇六人寫之十日完每篇三百字今有書二百篇八人寫之十二日完問每篇得字若干

原 一〇 六 一二〇〇 一〇 一二〇〇〇
今 二〇 八 八〇〇 一二 九六〇〇

法以今有二百篇與原有六人相乘得一千二百又以原有十日乘之得一萬二千為一率每篇三百字為二率以原有一百篇與今有八人相乘得八百又以今有十二日乘之得九千六百為三率推得四率二百四十字即今八人寫

原

一〇〇

六

一二〇〇

一〇

一二〇〇〇

今

二〇〇

八

八〇〇

一二

九六〇〇

總

一率　一萬二千工

二率　三百字

三率　九千六百工

四率　二百四十字

十二日每篇之字數也試將兩首位一百篇與二百篇互乘得二萬篇然後互乘人工與日原有一邊得一萬二千工今有一邊得九千六百工蓋原有二萬篇用一萬二千工每篇三百字今亦有二萬篇用九千六百工其每篇必二百四十字為比例四率也然此法實係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以篇數為比例原一百篇每篇

一

一率 今二百篇

二率 原三百字

三率 原一百篇

四率 今一百五十字

二

一率 原六人

二率 原一百五十字

三率 今八人

四率 今二百字

三

一率 原十日

二率 原二百字

三率 今十二日

四率 今二百四十字

三百字今匀為二百篇則每篇只應一百五十字此一轉比例也然人數不同故次以人數為比例原六人寫之每篇應一百五十字今八人寫之則每篇應二百字此一正比例也然日數又不同故次以日數為比例原寫十日每篇應二百字今寫十二日則每篇應二百四十字此又一正比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三

率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如原雇人寫書每篇六百字八人寫二十日得一百二十篇今寫書每篇四百五十字却用十二人寫三十日問得篇數幾何

原	今
六〇〇	四五〇
八	一二
三六〇〇	七二〇〇
二〇	三〇
一二〇〇〇	二一六〇〇〇

法以今有四百五十字與原有八人相乘得三千六百又以原有二十日乘之得七萬二千為一率一百二十篇為二率以原有六百字與今有十二人相乘

一率　七萬二千工
二率　一百二十篇
三率　二十一萬六千工
四率　三百六十篇

總

得七千二百又以今有三十日乘之得二十一萬六千為三率推得四率三百六十篇即今十二人寫三十日之篇數也試將兩首位六百字與四百五十字互乘得二十七萬字然後互乘人工與日原有一邊得七萬二千工今有一邊得二十一萬六千工葢原有一邊二十七萬字用七萬二千工得一百二十篇今一邊亦二十七萬字用二十一萬六

一

一率　今四百五十字
二率　原一百二十篇
三率　原六百字
四率　今一百六十篇

二

一率　原八人
二率　原一百六十篇
三率　今十二人
四率　今二百四十篇

千工則得三百六十篇為比例四率也然此法亦係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以字數為比例原每篇六百字為一百二十篇今每篇四百五十字則必匀為一百六十篇此一轉比例也然人數不同故次以人數為比例原八人寫之應得一百六十篇今十二人寫之則應得二百四十篇此一正比例也然日數又不同故次以日

三

一率　原二十日
二率　原二百四十篇
三率　今三十日
四率　今三百六十篇

數為比例原寫二十日應得二百四十篇今寫三十日則應得三百六十篇此又一正比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤每人每日用二斤足用四個月今又添四千零三十二斤合前數共二萬四千一百九十二斤欲用六個月問每日每人應用幾何

法以原有二萬零一百六十斤與今六個月相乘得一十二萬零九百六十個月為一率每人每日用水二斤通為三十二兩為二率以今有二萬四千一百九十二斤與原四個月相乘得九萬六千七百六十八個月為三率推得四率二十五兩六錢即今每人每日應用之數也試將兩首位數互乘得四億八千七百七十一萬零七百斤然後互乘月

一率　今一十二萬零九百六十月

二率　原三十二兩

總

三率　原九萬六千七百六十八月

四率　今二十五兩六錢

數原有一邊得九萬六千七百六十八個月今有一邊得一十二萬零九百六十個月葢原有水四億八千七百七十一萬零七百斤足用九萬六千七百六十八個月每人得三十二兩今有水亦四億八千七百七十一萬零七百斤欲用十二萬零九百六十個月則每人得二十五兩六錢為轉比例四率也然此法亦係兩比例合為一比例也如分作

一

一率 原二萬零一百六十斤

二率 原三十二兩

三率 今二萬四千一百九十二斤

四率 今三十八兩四錢

二

一率 今六個月

二率 原三十八兩四錢

三率 原四個月

四率 今二十五兩六錢

兩比例明之則先以水數為比例原有水二萬零一百六十斤每人每日用三十二兩今水二萬四千一百九十二斤則每人每日應用三十八兩四錢此一正比例也然月數不同故次以月數為比例原用四個月每日應用三十八兩四錢今欲用六個月則每日應用二十五兩六錢此一轉比例也法以兩一率相乘為一率兩三率相乘為三率者正

合兩比例為一比例也

設如原有米八萬石用車二十四輛日行四十里二十日運完今有米十萬石用車三十輛日行六十里問運完日數幾何

法以原有八萬石與今用車三十輛相乘得二百四十萬輛又以今行六十里乘之得一億四千四百萬里為一率二十日為二率以今有十萬石與原用車二十四輛相乘亦得二百四十萬輛又

原　八〇〇〇〇　二四　二四〇〇〇〇〇〇　四〇　九六〇〇〇〇〇〇〇

今　一〇〇〇〇〇　三〇　二四〇〇〇〇〇〇　六〇　一四四〇〇〇〇〇〇〇

一率　今一億四千四百萬里
二率　原二十日
總
三率　原九千六百萬里
四率　今十三日又三分日之一

以原行四十里乘之得九千六百萬里為三率推得四率十三日又三分日之一即今米十萬石運完之日數也試將兩首位數互乘得八十億石然後互乘車數里數原有一邊得九千六百萬里今有一邊得一億四千四百萬里蓋原有米八十億石用車二百四十萬輛行九千六百萬里得二十日運完今有米亦八十億石亦用車二百四十萬輛行

一

一率 原八萬石
二率 原二十日
三率 今十萬石
四率 今二十五日

二

一率 今三十車
二率 原二十五日
三率 原二十四車
四率 今二十日

一億四千四百萬里故十三日又三分日之一運完為轉比例四率也然此法亦係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以米數為比例原米八萬石運二十日今米十萬石則應運二十五日此一正比例也然車數不同故次以車數為比例原車二十四輛應運二十五日今車三十輛則應運二十日此一轉比例也然日行里數又不同故

一率　今六十里
二率　原二十日
三
三率　原四十里
四率　今十三日又三分日之一

次以里數為比例原行四十里應運二十日今行六十里則應運十三日又三分日之一此又一轉比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如原有麥子一萬二千石車十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車十六輛每車載四石日行六十里問運完日數幾何

原
一二〇〇〇
一二
一六〇〇〇〇
三
一〇八〇〇〇〇
八〇
八六四〇〇〇〇〇

今
三〇〇〇〇
六
一九二〇〇〇
四
七六八〇〇〇
六〇
四六〇八〇〇〇〇

一率 今四千六百零八萬里
二率 原四十日
總
三率 原八千六百四十萬里
四率 今七十五日

法以原有麥子一萬二千石與今車十六輛相乘得一十九萬二千輛又以今每車載麥四石乘之得七十六萬八千石又以今行六十里乘之得四千六百零八萬里為一率四十日為二率以今有麥子三萬石與原有車十二輛相乘得三十六萬輛又以原每車載麥三石乘之得一百零八萬石又以原行八十里乘之得八千六百四十萬里為三率

原
一二〇〇〇
一二
三六〇〇〇〇
三
一〇八〇〇〇〇
八〇
八六四〇〇〇〇〇〇

今
三〇〇〇〇
一六
一九二〇〇〇
四
七六八〇〇〇
六〇
四六〇八〇〇〇〇

一率　今四千六百零八萬里
二率　原四十日
總
三率　原八千六百四十萬里
四率　今七十五日

推得四率七十五日即今麥三萬石運完之日數也試將兩首位數互乘得三億六千萬石然後互乘車數石數里數原有一邊得八千六百四十萬里今有一邊得四千六百零八萬里葢原有麥三億六千萬石用車三十六萬輛載一百零八萬石行八千六百四十萬里得四十日運完今有麥亦三億六千萬石用車一十九萬二千輛載七十六萬八

一

一率　原一萬二千石
二率　原四十日
三率　今三萬石
四率　今一百日

二

一率　今十六車
二率　原一百日
三率　原十二車
四率　今七十五日

千石行四千六百零八萬里得七十五日運完為轉比例四率也然此法係四比例合為一比例也如分作四比例明之則先以麥數為比例原麥一萬二千石運四十日今麥三萬石則應運一百日此一正比例也然車數不同故次以車數為比例原車十二輛應運一百日今車十六輛則應運七十五日此一轉比例也然每車所載石數不同故次以

三

一率 今四石
二率 原七十五日
三率 原三石
四率 今五十六日二五

四

一率 今六十里
二率 原五十六日二五
三率 原八十里
四率 今七十五日

石數為比例原每車載三石應運七十五日今每車載四石則應運五十六日二五（即四分日之一）此又一轉比例也然日行里數又不同故次以里數為比例原日行八十里應運五十六日二五今日行六十里則應運七十五日此又一轉比例也法以四比例之各一率連乘之為一率四比例之各三率連乘之為三率者正合四比例為一比例也

正比例帶分

設如有銀買米每米一石價銀八錢四分今買米三分石之二問該銀若干

一率	三分
二率	八錢四分
三率	二分
四率	五錢六分

法以米一石用分母三通為三分為一率銀八錢四分為二率分子二分為三率二三率相乘一率除之得四率五錢六分即銀數也葢米一石通為三分以三分與八錢四分之比即同於二分與五錢六分之比皆為三分之二之比例

也

設如有人行路行過五分之二係八十里問總里數幾何

一率　二分
二率　五分
三率　八十里
四率　二百里

法以分子二分為一率分母五分為二率行過八十里為三率二三率相乘一率除之得四率二百里即總里數也葢總里數之五分之二為八十里以二分與五分之比即同於八十里與二百里之比皆為五分之二之比例也

設如有銀買米每米三分石之二價銀七分兩之五

今買米四分石之三問該銀若干

一率　三分石之二

二率　七分兩之五

三率　四分石之三

四率　五十六分兩之四十五

七……八……二……四

五……五……二……三

法以三分石之二為一率七分兩之五為二率四分石之三為三率用通分乘法以二率分母七與三率分母四相乘得二十八為乘出之分母又以二率分子五與三率分子三相乘得一十五為乘出之分子是為二十八分之十五為二率三率相乘之數以一率三分石之

一率 五十六分
二率 一兩
三率 四十五分
四率 八錢又二十八分錢之一

二除之因分母除不盡乃用通分互乘代除之法除之以乘出之分母二十八與一率之分子二相乘得五十六為除出之分母又以一率之分母三與乘出之分子十五相乘得四十五為除出之分子即得四率五十六分兩之四十五為所求之數也如求真數則變零分為兩以分母五十六為一率一兩為二率分子四十五為三率推得四率八錢餘

二不盡命為五十六分錢之二約為二十八分錢之一即所求之真數也

設如有銀買蠟每銀二兩六錢買蠟十斤零五分斤之二又七兩零二分兩之一今有銀九錢問買蠟幾何

一率	二兩六錢
二率	一百七十三兩九錢
三率	九錢
四率	六十兩零一錢九分

法以銀二兩六錢為一率以蠟十斤通為一百六十兩又五分斤之二通為六兩四錢又七兩零二分兩之一通為七兩五錢共得一百七十三兩九錢為二

一率　二兩六錢

二率　一百七十三兩九錢

三率　九錢

四率　六十兩零一錢九分

率今有銀九錢為三率推得四率六十兩零一錢九分收為三斤零十二兩一錢九分即所求之蠟數也此法雖有零分而分兩實可相通故各相通以為比例四率也

設如有銀買羽絨每三分丈之一價銀四分兩之三今欲買八分丈之七問該銀若干

法以原羽絨三分丈之一為一率原銀四分兩之三為二率今羽絨八分丈之

一率 三分丈之一
二率 四分兩之三
三率 八分丈之七
四率 一兩又三十二分兩之三十一

八 四 三二
七 三 二一

三二 三
二一 一
六三 三二

七為三率用通分乘法以二率分母四與三率分母八相乘得三十二為乘出之分母又以二率分子三與三率分子七相乘得二十一為乘出之分子是為三十二分之二十一為二率三率相乘之數乃以一率三分丈之一除之因分母除不盡乃用通分互乘代除之法除之以乘出之分母三十二與一率之分子一相乘仍得三十二為除出之分母

三 二 　　　　　三
二 一 　　　　　一
六 二 　　　　三 二

一率 三十二分
二率 一兩
三率 三十一分
四率 九錢六分八釐七毫五絲

又以一率之分母三與乘出之分子二十一相乘得六十三為除出之分子即得四率三十二分兩之六十三為所求之數也濧分母三十二分收為一兩餘三十一六十三分內減去三十二分仍餘三十一為一兩又三十二分兩之三十一如求真數則以分母三十二為一率一兩為二率分子三十一為三率推得四率九錢六分八釐七毫五絲與整數一兩相加得一兩

九錢六分八釐七豪五絲即真數也

設如有銀買緞每緞二疋共價八兩又五分兩之四

今欲買三十六疋問共價若干

一率	二疋
二率	四十四分
三率	三十六疋
四率	七百九十二分

法以二疋為一率共價八兩用分母五通為四十分加分子四得四十四分為二率今買三十六疋為三率推得四率七百九十二分以每分母五分收為一兩得一百五十八兩又五分兩之二以五分為一率一兩為二率七百九十二分為三率推得四率一百五十八兩餘二

一率　五分
二率　一兩
三率　七百九十二分
四率　一百五十八兩又五分兩之二

一率　二疋
二率　八兩八錢
三率　三十六疋
四率　一百五十八兩四錢

分即命為五分兩之二即所求之數也如以五分兩之二收為四錢五分為一兩則二分為四錢則得一百五十八兩四錢即緞三十六疋之共價也如以子母分變為真數求之二疋共價八兩又五分兩之四則五分為一兩四分為八錢是二疋共價為八兩八錢即以二疋為一率八兩八錢為二率三十六疋為三率亦得四率一百五十八兩四錢為緞三十六疋之共價也

轉比例帶分

設如一案長九尺寬一尺六寸今欲將原長減三分之一其面積仍與原案等問寬幾何

一率　今長六尺
二率　原寬一尺六寸
三率　原長九尺
四率　今寬二尺四寸

法以原長九尺用分母三歸之得每分三尺於原長九尺内減去一分之三尺餘六尺為今長為一率原寬一尺六寸為二率原長九尺為三率二三率相乘一率除之得四率二尺四寸即今所求之寬也此法因分母三可以度盡原長

故變今長為真數與他率為比例也

設如營造原每日用五十六人為一月又九分月之三可以完工今每日用六十四人問完工之日得幾何

一率　今六十四人
二率　原九分月之十二
三率　原五十六人
四率　今九分月之十分五

法以今用六十四人為一率以分母九通一月為九分加入分子三共為九分月之十二為二率原用五十六人為三率推得四率九分月之十分半滿分母九分收為一月餘一分半十分半內減去九分餘一

分半約為六分月之一即得一月又六分月之一為今用六十四人完工之日也蓋六十四人與一月又九分月之三之比即同於五十六人與一月又六分月之一之比也

設如原有一門簾用綾一丈二尺其綾寬一尺五寸今欲作一新簾其綾比原綾寬七分尺之三問應用長數幾何

法以原寬一尺五寸用分母七通為十

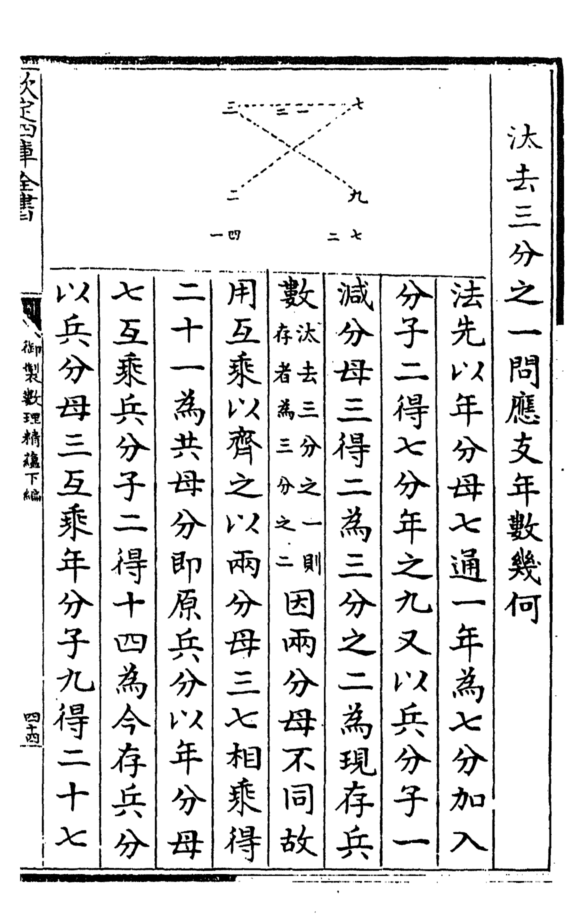
一率　今寬十三分五
二率　原長一丈二尺
三率　原寬十分五
四率　今長九尺又三分尺之一

分半加入分子三得今寬一十三分半為一率原長一丈二尺為二率原寬十分半為三率推得四率九尺又一百三十五分尺之四十五約為三分尺之一即得九尺又三分尺之一為今應用之長數也葢今寬十三分半與原寬十分半之比即同於原長一丈二尺與今長九尺又三分尺之一之比也

設如城守兵一營其糧可支一年又七分年之二今

汰去三分之一問應支年數幾何

法先以年分母七通一年為七分加入分子二得七分年之九又以兵分子一減分母三得二為三分之二為現存兵數汰去三分之一則存者為三分之二因兩分母不同故用互乘以齊之以兩分母三七相乘得二十一為共母分即原兵分以年分母七互乘兵分子二得十四為今存兵分以兵分母三互乘年分子九得二十七



一率 今存兵十四分
二率 原年數二十七分
三率 原兵二十一分
四率 今年數四十分五

為原年分即以所通今存兵十四分為一率原年數二十七分為二率原兵二十一分為三率推得四率二十一分年之四十分半滿分母二十一分收為一年餘十九分半（四十分半內減二十一分餘十九分半）約為七分年之六分半即得一年又七分年之六分半為今應支之年數也蓋今存兵比原兵少三分之一則支糧年數必多三分之一故今存兵十四分與原

兵二十一分之比即同於原年數二十七分與今年數四十分半之比也

御製數理精蘊下編卷三

欽定四庫全書

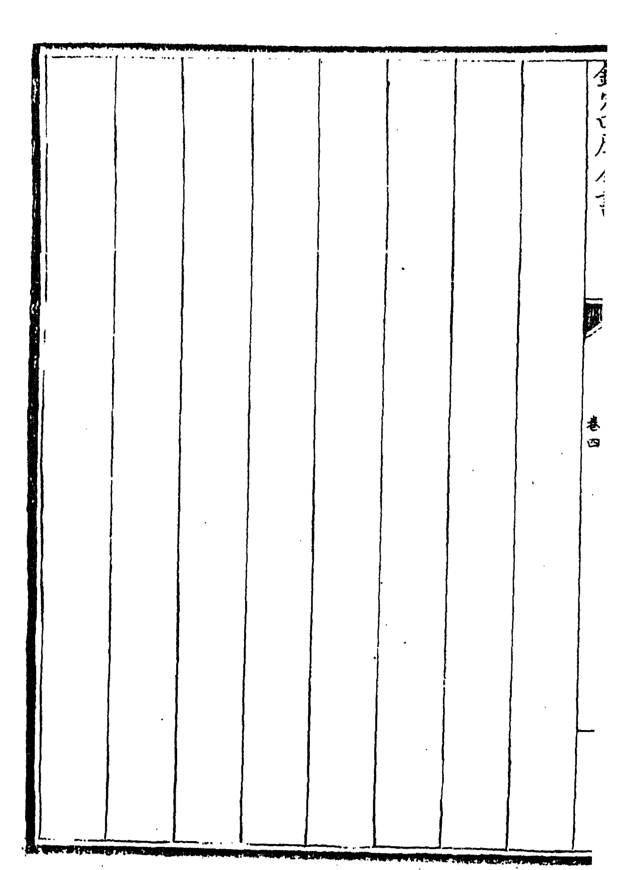
御製數理精蘊下編卷四

線部二

按分遞折比例

二八差分　三七差分　四六差分

遞折差分　加倍減半差分



按分遞折比例

差分之欵項雖多而按分遞折者皆為相連比例故約之而歸一類如二八三七四六差分俱以十分為總率而按各分以分之者也如遞折差分亦以十分為率而按十分之幾以遞折之者也如加倍減半差分則以倍半為率按一定之分而加減之者也今細分其目如左

二八差分者以總物平分十分一得十分之二一得十分之八有三色者則以二與八與三十二為衰數

益八與三十二之比即如二與八之比也有四色者則以二與八與三十二與一百二十八為衰數益三十二與一百二十八之比亦如二與八之比也至於五色以上者皆以相連比例求各衰數總不越乎二八之比例故曰二八差分

三七差分者以總物平分十分一得十分之三一得十分之七有三色者則以九與二十一及四十九為衰數以九為第一衰數者因三與七非彼此度盡之數七作三分必至奇零不盡故以三因三得九為三分則以三因七得二十一為七分如二十一轉為三分則四十九又為七分矣益九與二

十一即如三與七之比而二十一與四十九亦如三與七之比也有四色者則以二十七與六十三及一百四十七與三百四十三為衰數以三因九得二十七為三分故以七因九得六十三為七分若六十三轉為三分則一百四十七為七分一百四十七轉為三分則三百四十三又為七分矣蓋二十七與六十三六十三與一百四十七一百四十七與三百四十三皆如三與七之比也五色以上者皆以相連比例求各衰數總不越乎三七之比例故曰三七差分

四六差分者以總物平分十分分一得十分之四一得

十分之六有三色者則以四與六與九為衰數葢六與九之比即如四與六之比也有四色者則以四與六與九與一三五為衰數葢九與一三五之比亦如四與六之比也五色以上者亦以相連比例求各衰數總不越乎四六之比例故曰四六差分

遞折差分者十分之中得其幾分即為幾折如得其六分即為六折得其四分即為四折若夫五折則為十分之半故載於倍半法中而別為一類

加倍差分其數自少而多皆以倍而加減半差分則

數自多而少皆以半而減因加減有定分故立衰有定例總以加倍減半之數為相連比例設為借數以求正數也

二八差分

設如有銀三千兩令二等人戶二八納之問各該若干

一率	十分
二率	三千兩
三率	二分
四率	六百兩

法以二分八分相併得十分為一率銀三千兩為二率二分為三率推得四率六百兩為下等人戶所納之數仍以二

一率	十分
二率	三千兩
三率	八分
四率	二千四百兩

分八分相併之十分為一率銀三千兩為二率以八分為三率推得四率二千四百兩即為上等人户所納之數也此法兩用四率者正為明比例之理蓋二分八分相併之十分與總銀三千之比即如二分之與六百之比八分之與二千四百之比也

又捷法以二八所併之十分歸除總銀三千兩得每分三百兩以二分乘之得

六百以八分乘之得二千四百葢每一分得三百而二分得六百八分得二千四百也又或先得二分所納之數於總銀内減之即八分所納之數此又正法外之變法也

設如有人一千六百名二分賞銀八分賞米問賞銀人若干賞米人若干

法以二分八分相併得十分為一率人一千六百名為二率二分為三率推得

一率 十分
二率 一千六百名
三率 二分
四率 三百二十名

一率 十分
二率 一千六百名
三率 八分
四率 一千二百八十名

四率三百二十名為應賞銀之人如以八分為三率推得四率一千二百八十名即應賞米之人也葢二分八分相併之十分與總人一千六百之比即如二分之與三百二十名之比八分之與一千二百八十名之比也

又捷法以二八所併之十分歸除總人數一千六百名得每分一百六十名以二分乘之得賞銀人三百二十名以八

分乘之得賞米人一千二百八十名蓋每一分得一百六十名而二分得三百二十名八分得一千二百八十名也

設如有米五百八十八石令甲乙丙三人二八分之問每人應得幾何

法以二分為甲衰八分為乙衰三十二分為丙衰相併得四十二分為一率總米五百八十八石為二率以甲二分為三率推得四率二十八石即甲分米數

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	二分
四率	二十八石

一率　四十二分
二率　五百八十八石
三率　八分
四率　一百一十二石

一率　四十二分
二率　五百八十八石
三率　三十二分
四率　四百四十八石

以乙八分為三率得四率一百一十二石即乙分米數以丙三十二分為三率得四率四百四十八石即丙分米數也此法用二與八八與三十二者即二八相連比例分蓋總分數四十二分與總米五百八十八石之比即二分與二十八石之比八分與一百一十二石之比即三十二分與四百四十八石之比也又捷法以總數四十二分歸除總米五

百八十八石得每分一十四石以二分乘之得甲米二十八石以八分乘之得乙米一百一十二石以三十二分乘之得丙米四百四十八石也

設如有銅五百二十斤鍊成精銅每十分中去渣二分餘精銅八分問精銅與渣各得若干

一率　十分
二率　五百二十觔
三率　八分
四率　四百一十六觔

法以十分為一率銅五百二十斤為二率八分為三率推得四率四百一十六斤為精銅之數如以二分為三率推得

一率 十分
二率 五百二十觔
三率 二分
四率 一百零四觔

四率一百零四斤即銅渣之數也葢十分與五百二十斤之比即如八分之與四百一十六斤之比二分之與一百零四斤之比也

又捷法以十分歸除總銅五百二十斤得每分五十二斤以八分乘之得四百一十六斤以二分乘之得一百零四斤葢每一分五十二斤而二分得一百零四斤八分得四百一十六斤也又或先

得精銅八分數減總銅餘即銅渣二分數也

設如有田二千六百三十五畝以麥穀豆麻四色遞次二八分種問各田應得幾何

法以二分為麻衰八分為豆衰三十二分為穀衰一百二十八分為麥衰併之得一百七十分為一率總田二千六百三十五畝為二率以麥一百二十八分為三率得四率一千九百八十四畝即

一率　一百七十分
二率　二千六百三十五畝
三率　麥一百二十八分
四率　一千九百八十四畝

一率　一百七十分
二率　二千六百三十五畝
三率　穀三十二分
四率　四百九十六畝

一率　一百七十分
二率　二千六百三十五畝
三率　豆八分
四率　一百二十四畝

一率　一百七十分
二率　二千六百三十五畝
三率　麻二分
四率　三十一畝

麥田數如以穀三十二分為三率得四率四百九十六畝即穀田數如以豆八分或麻二分為三率所得四率即豆一百二十四畝與麻三十一畝之田數也

又捷法以總數一百七十分除總田數二千六百三十五畝得每分一十五畝五分乃以每色分數乘之即得每色應種數也

設如有銀三千四百一十兩令五商遞次二八分出

問各出幾何

一率　六百八十二分
二率　三千四百一十兩
三率　五百一十二分
四率　二千五百六十兩

一率　六百八十二分
二率　三千四百一十兩
三率　一百二十八分
四率　六百四十兩

法以一商為二分一商為八分一商為三十二分一商為一百二十八分一商為五百一十二分併之得六百八十二分為一率總銀三千四百一十兩為二率以五百一十二分為三率得四率二千五百六十兩即五百一十二分應出之數如以一百二十八分為三率得四率六百四十兩即一百二十八分應出

一率　六百八十二分
二率　三千四百一十兩
三率　三十二分
四率　一百六十兩

一率　六百八十二分
二率　三千四百一十兩
三率　八分
四率　四十兩

一率　六百八十二分
二率　三千四百一十兩
三率　二分
四率　十兩

之數如以三十二分為三率得四率一百六十兩即三十二分應出之數如以八分或二分為三率所得四率四十兩即八分應出之數一十兩即二分應出之數也

又捷法以總數六百八十二分除總銀三千四百一十兩得每分五兩再以每人分數乘之即得每人應出銀數也

設如有糧二千六百五十五石九斗令甲乙丙丁戊

五等人戶照二八遞減納之甲三十戶乙四十戶丙五十戶丁六十戶戊七十戶問各戶所納幾何各等戶共納幾何

甲共分數一萬五千三百六十

乙共分數五千一百二十

法以五百一十二為甲一戶分數再以甲三十戶乘之得一萬五千三百六十為甲三十戶共分數以一百二十八為乙一戶分數再以乙四十戶乘之得五千一百二十為乙四十戶共分數又以三十二為丙一戶分數再以丙五十戶

丙共分數一千六百

丁共分數四百八十

戊共分數一百四十

一率 二萬二千七百分

二率 二千六百五十五石九斗

三率 甲五百一十二分

四率 五十九石九斗零四合

乘之得一千六百為丙五十戶共分數又以八為丁一戶分數再以丁六十戶乘之得四百八十為丁六十戶共分數又以二為戊一戶分數再以戊七十戶乘之得一百四十為戊七十戶共分數以所得五等共分數併之得二萬二千七百為總分數為一率總糧二千六百五十五石九斗為二率以甲五百一十二分為三率得甲一戶納五十九石九

一率　二萬二千七百分
二率　二千六百五十五石九斗
三率　乙一百二十八分
四率　十四石九斗七升六合

一率　二萬二千七百分
二率　二千六百五十五石九斗
三率　丙三十二分
四率　三石七斗四升四合

一率　二萬二千七百分
二率　二千六百五十五石九斗
三率　丁八分
四率　九斗三升六合

斗零四合又以甲三十户乘之得甲共納一千七百九十七石一斗二升以乙一百二十八分為三率得乙一户納十四石九斗七升六合又以乙四十户乘之得乙共納五百九十九石零四升以丙三十二分為三率得丙一户納三石七斗四升四合又以丙五十户乘之得丙共納一百八十七石二斗以丁八分為三率得丁一户納九斗三升六合又

一率 二萬二千七百分

二率 二千六百五十五石九斗

三率 戊二分

四率 二斗三升四合

以丁六十户乘之得丁共納五十六石一斗六升以戊二分為三率得戊一户納二斗三升四合又以戊七十户乘之得戊共納十六石三斗八升也

又捷法以總分數除總糧數得每一分一斗一升七合以各等一户分數乘之得各等一户納糧之數以各等共户分數乘之得各等共户納糧之數葢前法有各等户而各等之中又有衆户故以

定分數二八三十二一百二十八五百一十二之數為各等分數又以衆户乘之為各等共户之分數此捷法以總分數除總糧是得各等每一户中之一分故以每一户分數乘之得每一户之數以每一等共分數乘之得每一等之全數也

三七差分

設如有銀五千兩令東西二縣三七支銷問各該幾何

一率 十分
二率 五千兩
三率 七分
四率 三千五百兩

一率 十分
二率 五千兩
三率 三分
四率 一千五百兩

法以七分為東縣衰數三分為西縣衰數併之得十分為一率總銀五千兩為二率以七分為三率得四率三千五百兩即東縣應支之數如以三分為三率得四率一千五百兩即西縣應支之數也葢三七比例亦以總衰數與總銀數之比即若每縣衰數與每縣銀數之比故十分與五千之比即若三分與一千五百之比七分與三千五百之比也

又捷法先以總衰十分除總銀五千兩得每分五百兩以七分乘之即東縣之數以三分乘之即西縣之數或得東縣數於總銀內減之餘即西縣數也此法以總衰除總銀得每分五百兩以七乘之即得七分以三乘之即得三分也前法先乘而後除後法先除而後乘其理一也

設如有田二千五百畝令上等户七分種之下等户

三分種之問各該幾何

一率　十分
二率　二千五百畝
三率　七分
四率　一千七百五十畝

一率　十分
二率　二千五百畝
三率　三分
四率　七百五十畝

法以七分三分相併得十分為一率二千五百畝為二率上户七分為三率得四率一千七百五十畝即上户應種田數如以三分為三率得四率七百五十畝即下户應種田數葢十分與二千五百畝之比即七分與一千七百五十畝之比三分與七百五十畝之比也

又捷法以三七相併之十分歸除總田

二千五百畝得每分二百五十畝以三分乘之得下户七百五十畝以七分乘之得上户一千七百五十畝蓋一分為二百五十畝而三分得七百五十畝七分得一千七百五十畝也

設如以車運物行十里二十刻到今已行七里問尚得幾刻到

法以十里為一率二十刻為二率以七里與十里相減餘三里為三率推得四

一率　十里
二率　二十刻
三率　三里
四率　六刻

一率　十里
二率　二十刻
三率　七里
四率　十四刻

率六刻即運到刻數也如以七里為三率推得四率十四刻與總二十刻相減餘六刻亦即運到刻數也葢十里與二十刻之比即三里與六刻之比七里與十四刻之比也

又捷法以十里歸除二十刻得每里二刻以三里乘之得六刻以七里乘之得十四刻葢每一里為二刻則三里得六刻七里得十四刻也

設如種樹一千一百六十株按松柏桃柳四色遞次三七分種問各該幾何

一率　五百八十分
二率　一千一百六十株
三率　三百四十三分
四率　六百八十六株

一率　五百八十分
二率　一千一百六十株
三率　一百四十七分
四率　二百九十四株

法以三百四十三分為松衰一百四十七分為柏衰六十三分為桃衰二十七分為柳衰併之得五百八十分為一率一千一百六十株為二率以三百四十三分為三率得四率六百八十六株即種松之數以一百四十七分為三率得四率二百九十四株即種柏之數以六

一率　五百八十分
二率　一千一百六十株
三率　六十三分
四率　一百二十六株

一率　五百八十分
二率　一千一百六十株
三率　二十七分
四率　五十四株

十三分為三率得四率一百二十六株即種桃之數以二十七分為三率得四率五十四株即種柳之數也

又捷法以總衰數五百八十歸除總樹一千一百六十得每分二株以三百四十三分乘之得種松之數以一百四十七分乘之得種柏之數以六十三分乘之得種桃之數以二十七分乘之得種柳之數也此法有四位故以三因九得

二十七為柳衰數又遞用七因三歸為桃柏松之衰數也

設如有熟絲四百九十七兩七錢按絹綾緞遞次三七分織問各該絲幾何

一率	七十九分
二率	四百九十七兩七錢
三率	四十九分
四率	三百零八兩七錢

法以九分為絹衰二十一分為綾衰四十九分為緞衰併之得七十九分為一率絲四百九十七兩七錢為二率以緞四十九分為三率得四率三百零八兩七錢即緞絲數如以綾二十一分為三

一率 七十九分
二率 四百九十七兩七錢
三率 二十一分
四率 一百三十二兩三錢

一率 七十九分
二率 四百九十七兩七錢
三率 九分
四率 五十六兩七錢

率得四率一百三十二兩三錢即綾絲數如以絹九分為三率得四率五十六兩七錢即絹絲數也

又捷法以總衰數七十九分除總絲四百九十七兩七錢得每分六兩三錢以緞四十九分乘之得緞絲之數以綾二十一分乘之得綾絲之數以絹九分乘之得絹絲之數也此法有三位故以三因三得九為絹之衰數又遞用七因三

歸為綾與緞之衰數蓋九與二十一二十一與四十九為相連比例三率而九與二十一之比即二十一與四十九之比也

設如編銀八百二十八兩二錢令甲乙丙丁戊五等户三七徵納問各户所納幾何

法以八十一分為甲衰一百八十九分為乙衰四百四十一分為丙衰一千零二十九分為丁衰二千四百零一分為

一率　四千一百四十一分
二率　八百二十八兩二錢
三率　八十一分
四率　一十六兩二錢

一率　四千一百四十一分
二率　八百二十八兩二錢
三率　一百八十九分
四率　三十七兩八錢

一率　四千一百四十一分
二率　八百二十八兩二錢
三率　四百四十一分
四率　八十八兩二錢

戊衰併之得四千一百四十一分為一率總銀八百二十八兩二錢為二率以每人分數各為三率得四率之一十六兩二錢即甲所納銀數得四率之三十七兩八錢即乙所納銀數得四率之八十八兩二錢即丙所納銀數得四率之二百零五兩八錢即丁所納銀數得四率之四百八十兩二錢即戊所納銀數也

一率 四千一百四十一分
二率 八百二十八兩二錢
三率 一千零二十九分
四率 二百零五兩八錢

一率 四千一百四十一分
二率 八百二十八兩二錢
三率 二千四百零一分
四率 四百八十兩二錢

又捷法以總衰數四千一百四十一分歸除總銀八百二十八兩二錢得每分二錢以甲乙丙丁戊各人分數乘之即得各人所納銀數也此法有五位故以三因二十七得八十一分為甲之衰數又遞用七因三歸即得乙丙丁戊各衰數矣

設如有田一百三十八畝每畝徵米二斗今七分徵米三分折絲每米一石折絲一斤問各該幾何

一率　十分
二率　二十七石六斗
三率　七分
四率　一十九石三斗二升

法以七分為米裒三分為絲裒併之得十分為一率又以徵米二斗乘田一百三十八畝得總米二十七石六斗為二率以米七分為三率得四率一十九石三斗二升即徵米七分之數與總米相減餘八石二斗八升為三分折絲之數

按米每石折絲一斤則以八石二斗八升用十六兩乘之得一百三十二兩四錢八分為八斤四兩四錢八分即折絲

三分之數也此法以徵米二斗乘總田是得總徵米數而三七分之也總米分去七分即本色米數餘者折為絲即三分絲數也折絲之法每石既為一斤則八石二斗四升自得八斤四兩四錢八分也

又捷法以總衰十分歸除總米二十七石六斗得每分二石七斗六升以米七分乘之得米數以絲三分乘之得折絲

之米數既得折絲之米數而絲之斤兩亦得矣

四六差分

設如有金四千兩令上下二等金户六四傾銷問各該幾何

一率 十分
二率 四千兩
三率 六分
四率 二千四百兩

法以六分為上等衰數四分為下等衰數併之得十分為一率共金四千兩為二率以六分為三率得四率二千四百兩即上等金户傾銷之數如以四分為

一率　十分
二率　四千兩
三率　四分
四率　一千六百兩

三率得四率一千六百兩即下等金戶傾銷之數此法以四分六分相併之十分與共金四千兩之比即如六分與二千四百兩之比四分與一千六百兩之比也

又捷法以總衰十分歸除共金四千兩得每分四百兩以六分乘之得二千四百兩為上等金戶傾銷之數以四分乘之得一千六百兩為下等金戶傾銷之

數如先得上等六分金數於共金數内減之其餘即下等四分金數也

設如有水田三百畝令上下二户四六分灌問各灌若干

率	數
一率	十分
二率	三百畝
三率	六分
四率	一百八十畝

法以四分六分相併得十分為一率三百畝為二率六分為三率推得四率一百八十畝即上户所灌之田以四分為三率推得四率一百二十畝即下户所灌之田也盖四六相併之十分與三百

一率	十分
二率	三百畝
三率	四分
四率	一百二十畝

畝之比即六分與一百八十畝之比四分與一百二十畝之比也

又捷法以相併之十分歸除總田三百畝得每分三十畝以六分乘之即上戶田數以四分乘之即下戶田數蓋每一分得三十畝而六分得一百八十畝四分得一百二十畝也如或先得六分田數減總田餘即四分田數也

設如有絲二百五十斤換米每絲一斤換米一石今

已換過六分尚餘絲四分問已換未換各若干

法以四分六分相併得十分為一率將二百五十斤絲變作二百五十石米為二率（每絲一斤換米一石故也）以六分為三率推得四率一百五十石為已換之米數以四分為三率推得四率一百石為未換之米數蓋四六相併之十分與二百五十石之比即六分與一百五十石之比四分與一百石之比也

一率　十分
二率　二百五十石
三率　六分
四率　一百五十石

一率　十分
二率　二百五十石
三率　四分
四率　一百石

又捷法以相併之十分歸除總米二百五十石得每分二十五石以六分乘之得已換之一百五十石以四分乘之得未換之一百石葢每一分得二十五石而四分得一百石六分得一百五十石也

設如有絲一千五百五十八斤令甲乙丙三家四六分織問各該幾何

法以四為甲衰數六為乙衰數九為丙

一率　十九分
二率　一千五百五十八觔
三率　四分
四率　三百二十八觔

一率　十九分
二率　一千五百五十八觔
三率　六分
四率　四百九十二觔

一率　十九分
二率　一千五百五十八觔
三率　九分
四率　七百三十八觔

衰數併之得十九為一率總絲一千五百五十八斤為二率以甲四分為三率即得甲絲三百二十八斤以乙六分為三率即得乙絲四百九十二斤以丙九分為三率即得丙絲七百三十八斤此法以總衰十九分與總絲一千五百五十八斤之比即甲四分與三百二十八斤之比乙六分與四百九十二斤之比丙九分與七百三十八斤之比也

又捷法以總衰數十九分除總絲一千五百五十八斤得每分八十二斤以甲四分乘之得甲絲三百二十八斤以乙六分乘之得乙絲四百九十二斤以丙九分乘之得丙絲七百三十八斤也

設如有田九百七十五畝令甲乙丙丁四人四六分種問每人各得幾何

法以四分為甲衰六分為乙衰九分為丙衰一十三分半為丁衰併之得三十

一率	二率	三率	四率
三十二分五	九百七十五畝	四分	一百二十畝
三十二分五	九百七十五畝	六分	一百八十畝
三十二分五	九百七十五畝	九分	二百七十畝

二分半為一率總田九百七十五畝為二率以甲四分為三率即得甲田一百二十畝以乙六分為三率即得乙田一百八十畝以丙九分丁一十三分半各為三率即得二百七十畝為丙田得四百零五畝為丁田也葢三十二分半與九百七十五畝之比即甲四分與一百二十畝之比乙六分與一百八十畝之比亦即丙九分與二百七十畝之比丁

一率　三十二分五
二率　九百七十五畝
三率　一十三分五
四率　四百零五畝

十三分半與四百零五畝之比也

又捷法以總衰數三十二分半歸除總田九百七十五畝得每分三十畝以甲乙丙丁各衰數乘之即得每人田數也

設如有糧一千二百六十六石令甲乙丙丁戊五舟按六分四分遞次運載問各該幾何

法以四分為戊衰六分為丁衰九分為丙衰一十三分半為乙衰二十分二五為甲衰併之得五十二分七五為一率

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　二十分二五
四率　四百八十六石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　一十三分五
四率　三百二十四石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　九分
四率　二百一十六石

一率　五十二分七五
二率　一千二百六十六石
三率　六分
四率　一百四十四石

總糧一千二百六十六石為二率以甲二十分二五為三率得甲運四百八十六石以乙一十三分半為三率得乙運三百二十四石以丙九分為三率得丙運二百一十六石以丁六分為三率得丁運一百四十四石以戊四分為三率得戊運九十六石此法總衰數與總糧之比即各人分數與各人糧數之比也盖六與九九與一三五一三五與二〇

二五皆同為四六之比例也

又捷法以總衰五十二分七五歸除總糧一千二百六十六石得每分二十四石以甲乙丙丁戊各舟衰數乘之即得各舟運糧之數也

一率 五十二分七五
二率 一千二百六十六石
三率 四分
四率 九十六石

設如有米三百八十五石五斗二升令上等人戶六分下等人戶四分交納上等二十六戶下等四十戶問各等每戶各該幾何

法以六為上等衰數以上戶二十六戶

一率　三百一十六分

二率　三百八十五石五斗二升

三率　六分

四率　七石三斗二升

乘之得一百五十六為上等二十六戸共裒數以四為下等裒數以下戸四十乘之得一百六十為下等四十戸共裒數併之得三百一十六為一率總米三百八十五石五斗二升為二率以上等六分為三率得四率七石三斗二升為上等一戸米數以上等共分數一百五十六為三率得一百九十石三斗二升為上等二十六戸共米數如以下等四

一率 三百一十六分
二率 三百八十五石五斗二升
三率 四分
四率 四石八斗八升

分為三率得四率四石八斗八升為下等一戸米數以下等共分數一百六十為三率得一百九十五石二斗即下等四十戸共米數也

又捷法以總衰三百一十六分歸除總米三百八十五石五斗二升得每分一石二斗二升以六分乘之得上等一戸米數以上等共分數乘之得上等共米數以四分乘之得下等一戸米數以下

等共分數乘之得下等共米數也

遞折差分

設如有熟稻七百九十九畝六分八釐令三人以十分之六收割問每人得幾何

一率　一百九十六分
二率　七百九十九畝六分八釐
三率　一百分
四率　四百零八畝

法以一百為第一人分數六十為第二人分數三十六為第三人分數三分數相併得一百九十六分為一率總稻七百九十九畝六分八釐為二率第一人分數一百為三率得四率四百零八畝

一率 一百九十六分
二率 七百九十九畝六分八釐
三率 六十分
四率 二百四十四畝八分

一率 一百九十六分
二率 七百九十九畝六分八釐
三率 三十六分
四率 一百四十六畝八分八釐

即第一人收割田數如以第二人分數六十為三率得四率二百四十四畝八分即第二人收割田數如以第三人分數三十六為三率得四率一百四十六畝八分八釐即第三人收割田數葢十分之六如彼得十分此得六分也第二人得第一人十分之六第三人又得第二人十分之六故一百與六十之比即六十與三十六之比遞次比例皆十分

之六也其得數四百零八畝與二百四十四畝八分之比即二百四十四畝八分與一百四十六畝八分八釐之比亦皆為十分之六也

又捷法以總分一百九十六除總田七百九十九畝六分八釐得每一分四畝零八釐以一百分乘之得第一人四百零八畝以六十分乘之得第二人二百四十四畝八分以三十六分乘之得第

三人一百四十六畝八分八釐也

設如有銀一千二百六十六兩五錢令四商以十分之七遞次販貨出賣問每人該銀幾何

一率　二千五百三十三分
二率　一千二百六十六兩五錢
三率　一千分
四率　五百兩

法以一千為第一人分數七百為第二人分數四百九十為第三人分數三百四十三為第四人分數相併得二千五百三十三分為一率總銀一千二百六十六兩五錢為二率以一千分為三率得四率五百兩即第一人銀數以七百

一率 二千五百三十三分
二率 一千二百六十六兩五錢
三率 七百分
四率 三百五十兩

一率 二千五百三十三分
二率 一千二百六十六兩五錢
三率 四百九十分
四率 二百四十五兩

一率 二千五百三十三分
二率 一千二百六十六兩五錢
三率 三百四十三分
四率 一百七十一兩五錢

分為三率得四率三百五十兩即第二人銀數以四百九十分為三率得四率二百四十五兩即第三人銀數以三百四十三分為三率得四率一百七十一兩五錢即第四人銀數蓋十分之七遞折而下第二人得第一人十分之七則第三人亦得第二人十分之七而第四人又得第三人之十分之七其先立衰數一千分七百分四百九十分三百四

十三分皆十與七之比例也

又捷法以總分二千五百三十三除總銀一千二百六十六兩五錢得每一分五錢以一千分乘之得第一人五百兩以七百分乘之得第二人三百五十兩以四百九十分乘之得第三人二百四十五兩以三百四十三分乘之得第四人一百七十一兩五錢也

設如生銅入爐鎔化三次每一次去渣十分之二淨

得上好熟銅二百四十八兩問原銅幾何

法即以十分之八為分數十分之中去渣二分得淨銅八分故以十分之八為比例以八分為一率十分為二率熟銅二百四十八兩為三率得四率三百一十兩為第三次入爐銅數又以八分為一率十分為二率三百一十兩為三率得四率三百八十七兩五錢為第二次入爐銅數再以八分為一率十分為二率三百八十七兩五錢為三

一率　八分
二率　十分
三率　二百四十八兩
四率　三百一十兩

一率　八分
二率　十分
三率　三百一十兩
四率　三百八十七兩五錢

一率 八分
二率 十分
三率 三百八十七兩五錢
四率 四百八十四兩三錢七分五釐

一率 五百一十二分
二率 一千分
三率 二百四十八兩
四率 四百八十四兩三錢七分五釐

率得四率四百八十四兩三錢七分五釐即第一次入爐生銅數也此法因八折三次而轉求原數故以八分為一率十分為二率轉求三次而始得也

又法以八分自乘再乘得五百一十二分為一率十分自乘再乘得一千分為二率熟銅二百四十八兩為三率得四率四百八十四兩三錢七分五釐即第一次入爐生銅數也前法以三次三率

各求四率故必乘除三次此法則以一率二率俱各自乘再乘止以第三次熟銅數為三率即得第一次生銅數是合三次乘除而為一次乘除也

設如有絲三百六十九斤令甲乙丙丁四人照十分之八折分問各得幾何

法以一千為甲分數八百為乙分數六百四十為丙分數五百一十二為丁分數相併得二千九百五十二分為一率

一率　二千九百五十二分
二率　三百六十九觔
三率　一千分
四率　一百二十五觔

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九觔
三率 八百分
四率 一百觔

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九觔
三率 六百四十分
四率 八十觔

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九觔
三率 五百一十二分
四率 六十四觔

總絲三百六十九斤為二率以每人分數各為三率所得各四率一百二十五斤為甲數一百斤為乙數八十斤為丙數六十四斤為丁數葢十分之八遞折而下乙得甲十分之八丙得乙亦十分之八而丁得丙亦十分之八其先立衰數一千分八百分六百四十分五百一十二分皆十與八之比例也如捷法先除後乘須用通分不然則斤數有奇零

矣

設如有絹四百七十丈一尺八寸四分令三等人戶照十分之六出之上等戶二十五中等戶三十下等戶四十八問每戶該出幾何

法以一百為上等分數用二十五乘之得二千五百為上等戶共分數以六十為中等分數用三十乘之得一千八百為中等戶共分數以三十六為下等分數用四十八乘之得一千七百二十八

一率 六千零二十八分
二率 四百七十丈一尺八寸四分
三率 一百分
四率 七丈八尺

一率 六千零二十八分
二率 四百七十丈一尺八寸四分
三率 六十分
四率 四丈六尺八寸

一率 六千零二十八分
二率 四百七十丈一尺八寸四分
三率 三十六分
四率 二丈八尺零八分

為下等戶共分數併之共六千零二十八分為一率絹四百七十丈一尺八寸四分為二率以三等各分數各為三率所得各四率上等每戶出七丈八尺中等每戶出四丈六尺八寸下等每戶出二丈八尺零八分又以各等戶數乘各等每戶絹數得上等二十五戶共出絹一百九十五丈中等三十戶共出絹一百四十丈零四尺下等四十八戶共出

絹一百三十四丈七尺八寸四分也

又捷法以總分數六千零二十八分除總絹四百七十丈一尺八寸四分得每一分為七寸八分以各等分數乘之得各等每一户絹數再以各等户數乘之即得各等衆户共出絹數也

設如有官糧一百六十八石四斗八升八合令四等人户以十分之七依次遞折交納一等二十二户二等三十六户三等四十二户四等四十八户問

每等每户各納幾何

法以一千為一等分數用二十二户乘之得二萬二千即一等户共分數以七百為二等分數用三十六户乘之得二萬五千二百即二等户共分數以四百九十為三等分數用四十二户乘之得二萬零五百八十為三等户共分數以三百四十三為四等分數用四十八户乘之得一萬六千四百六十四為四等

一率 八萬四千二百四十四分
二率 一百六十八石四斗八升八合
三率 一千分
四率 二石

一率 八萬四千二百四十四分
二率 一百六十八石四斗八升八合
三率 七百分
四率 一石四斗

一率 八萬四千二百四十四分
二率 一百六十八石四斗八升八合
三率 四百九十分
四率 九斗八升

戶共分數併之共八萬四千二百四十四分為一率總糧一百六十八石四斗八升八合為二率以一千分為三率得四率一等每戶二石以共戶數乘之得共納四十四石以七百分為三率得四率二等每戶一石四斗以共戶數乘之得共納五十石零四斗以四百九十分為三率得四率三等每戶九斗八升以共戶數乘之得共納四十一石一斗六

一率 八萬四千二百四十四分
二率 一百六十八石四斗八升八合
三率 三百四十三分
四率 六斗八升六合

升以三百四十三分為三率得四率四等每户六斗八升六合以共户數乘之得共納三十二石九斗二升八合也

又捷法以總分數八萬四千二百四十四除總糧一百六十八石四斗八升八合得每一分為二合以各等分數乘之得各等每一户糧數再以各等户數乘之即得各等衆户共納糧數也

加倍減半差分

設如一人讀書日加一倍三日共讀三千四百六十五字問每日所讀幾何

法以一為第一日分數二為第二日分數四為第三日分數併之得七分為一率總字三千四百六十五為二率一分為三率得四率四百九十五字即第一日所讀之數倍之得九百九十字即第二日所讀之數又倍之得一千九百八十字即第三日所讀之數也蓋加倍者

一率 七分
二率 三千四百六十五字
三率 一分
四率 四百九十五字

是第二日增於第一日一倍第三日又增於第二日一倍倍數多者由此遞加如二與四四與八八與十六之類皆為加一倍之比例也

設如一人織絹日加一倍至第四日織成六丈七尺五寸問每日織幾何

一率　十五分
二率　六丈七尺五寸
三率　一分
四率　四尺五寸

法以一為第一日分數二為第二日分數四為第三日分數八為第四日分數併之得十五分為一率總絹六丈七尺

五寸為二率一分為三率得四率四尺五寸即第一日之數倍之得九尺為第二日之數又倍之得一丈八尺為第三日之數又倍之得三丈六尺為第四日之數四數相加共得六丈七尺五寸以合原數也

一率 十五分
二率 六丈七尺五寸
三率 一分
四率 四尺五寸

設如一人借銀為商三次每次得利銀比本銀加一倍每次還人二百兩三次之後本利還盡問原本銀若干

一率　八分
二率　一分
三率　一千四百兩
四率　一百七十五兩

法以一為本銀分數二為第一次本利共分四為第二次本利共分八為第三次本利共分即以八分為一率原本銀一分為二率又以一為第三次還銀分二為第二次還銀分四為第一次還銀分併之得七分與每次還人二百兩相乘得一千四百兩為三率得四率一百七十五兩即原本銀數也葢每次得利銀比本銀加一倍則原本銀為一分第

一率　八分
二率　一分
三率　一千四百兩
四率　一百七十五兩

一次必得二分第二次必得四分至第三次必得八分此以未還人計也然每次還人二百兩三次之後本利還盡若第三次不還則得二百兩者一分第二次不還則至第三次必得二百兩者二分第一次不還則至第三次必得二百兩者四分以第一次之一分第二次加倍得二分第三次加倍得四分是第三次應得二百兩者七分而為一千四百兩矣故以八分與一分之比

同於一千四百兩與一百七十五兩之比也
又法以二百兩用三次還銀共分七乘之得一千四百兩折半三次亦得本銀之數蓋折半三次即以八除也

設如一人賣酒每日比原數加一倍一日賣一斤六日賣盡問原酒若干

法以一為原酒分數按六日加倍六次得六十四分為一率原酒一分為二率

一率 六十四分

二率 一分

三率 一千零八兩

四率 十五兩七錢五分

又以一為第六次賣酒分二為第五次賣酒分四為第四次賣酒分八為第三次賣酒分十六為第二次賣酒分三十二為第一次賣酒分併之得六十三分與每斤十六兩相乘得一千零八兩為三率得四率十五兩七錢五分即原酒數也

又法以每斤十六兩用六次賣酒共分六十三乘之得一千零八兩折半六次

亦得原酒之數蓋折半六次即以六十四除也

設如有田一千二百畝分與甲乙丙丁四人種之自上以下遞減一半問各該若干

一率　十五分
二率　一千二百畝
三率　八分
四率　六百四十畝

一率　十五分
二率　一千二百畝
三率　四分
四率　三百二十畝

法以八為甲分四為乙分二為丙分一為丁分併之得十五分為一率田一千二百畝為二率以甲八分為三率得四率六百四十畝即甲田數以乙四分為三率得四率三百二十畝即乙田數以

一率　十五分
二率　一千二百畝
三率　二分
四率　一百六十畝

一率　十五分
二率　一千二百畝
三率　一分
四率　八十畝

丙二分為三率得四率一百六十畝即丙田數以丁一分為三率得四率八十畝即丁田數如以甲田六百四十畝折半即乙田數以乙田三百二十畝折半即丙田數以丙田一百六十畝折半即丁田數也

設如有銀一萬八千零八十八兩令甲乙丙三人減半分之問各該幾何

法以四為甲分數二為乙分數一為丙

一率　七分
二率　一萬八千零八十八兩
三率　四分
四率　一萬零三百三十六兩

一率　七分
二率　一萬八千零八十八兩
三率　二分
四率　五千一百六十八兩

一率　七分
二率　一萬八千零八十八兩
三率　一分
四率　二千五百八十四兩

分數併之得七分為一率總銀一萬八千零八十八兩為二率以甲四分為三率得四率一萬零三百三十六兩即甲所得銀數以乙二分為三率得四率五千一百六十八兩即乙所得銀數以丙一分為三率得四率二千五百八十四兩即丙所得銀數也蓋減半者即自上而下折半減之也如四折半為二二折半為一是也今以甲銀一萬零三百三

十六兩折半即得乙銀五千一百六十八兩將乙銀再折半即得丙銀二千五百八十四兩也

設如有銀三千一百六十兩分與三等人第一等人二十名第二等人二十四名第三等人三十名第二等比一等之銀減一倍第三等比二等之銀減一倍問各等每人分銀幾何

法以四為一等分數二為二等分數一為三等分數以一分乘三等三十名仍

一率　一百五十八分

二率　三千一百六十兩

三率　四分

四率　八十兩

得三十分以二分乘二等二十四名得四十八分以四分乘一等二十名得八十分三數相併共得一百五十八分為一率總銀三千一百六十兩為二率四分為三率得四率八十兩為第一等每人所得銀數減半得四十兩為二等每人所得銀數又減半得二十兩為三等每人所得銀數以各等人數乘各等每人所得銀數即各等共人所得共銀數

併之以合原銀數也